

# 一种新的海运集装箱超订模型

□白子建 黄 健 [天津大学 天津 300072]

**[摘 要]** 考虑超订策略对单位舱位超订成本的影响,将单位舱位超订成本假设为关于超订水平的单增的凹函数。在此基础上,考虑空箱调运及运输能力的不确定性,以期望总成本最小化为目标建立了海运集装箱舱位的最优超订模型,设计混沌优化算法对该问题进行求解,对所求得的超订水平进行最优性检验,从而确保求得最优的超订水平。并证明了重箱出现比率为均匀分布的随机变量时模型最优解的唯一性。最后的算例结果表明了本文模型及求解算法的有效性。

**[关键词]** 集装箱舱位; 超订模型; 最优解; 混沌优化算法

**[中图分类号]** U169.6 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1008-8105(2010)01-0004-04

## 引言

集装箱舱位超订是指售出比实际容量更多的舱位,以补偿开船时由于订舱货物未出现等因素所导致的使舱位闲置造成的机会收入损失。而当到港的货物量超过预留的舱位容量时,必须拒绝一部分已订舱的货物装船,此时将产生超订成本。一般而言,超订成本由未实现预先承诺的承运日期而支付的赔偿费用、额外的操作成本及信誉损失等组成<sup>[1]</sup>。

当前有关超订问题的研究集中在航空业中<sup>[2-6]</sup>。文献[2]把航空超订问题描述成一个马尔可夫决策过程,并采用动态规划对问题进行求解。文献[3]针对多票价等级的航空座位分配进行了研究,并根据某航空公司的实际数据分析和验证了其方法的有效性。文献[4]利用变分法对连续时间超订问题进行了求解,得到了最优超订水平的上界值。文献[5]考虑到航班运输能力的不确定性,提出了研究航空货运收益管理的超订和舱位控制问题的机会约束规划模型。文献[6]把运输能力的概率分布分为离散型和连续型变量建立了航空超订模型。在对集装箱运输中的超订问题研究上,王学峰等对中海集团8468 TEU集装箱船的超订问题进行了研究,并利用Matlab仿真方法对超订模型进行求解<sup>[7]</sup>。对于运输过程中往往存在的空箱调运因素,阳成虎等将条件风险价

值度量准则应用于集装箱舱位超订的风险管理研究,建立了在该准则下的集装箱舱位超订模型<sup>[8]</sup>。考虑集装箱班轮运输能力的不确定性,李冰洲等分别建立了不考虑空箱调运和考虑空箱调运的运输能力随机的超订模型<sup>[1]</sup>。在以上研究工作中,均将单位舱位超订成本设为常值,但随着超订量的增加,被拒绝已订舱货物装船的数量也增大,将对运输公司商业信誉造成不良影响,从而会引起单位舱位超订成本的上升。文献[9]考虑超订策略对商业信誉影响,将单位舱位超订成本假定为一个关于超订水平的负指数形式的函数,对集装箱舱位超订问题进行了研究<sup>[9]</sup>。

本文考虑超订策略对单位舱位超订成本的影响,并考虑到边际效应,将单位舱位超订成本假设为关于超订水平的一个单增的凹函数。在此基础上,考虑空箱调运及运输能力的不确定性,建立了海运集装箱舱位的最优超订模型,设计混沌优化算法进行求解,并对所求得的超订水平进行最优性检验,从而确保求得最优的超订水平。所设计算法操作简便,能快速有效地找到全局最优解,以使期望总成本达到最小。当单位舱位超订成本关于超订水平为二阶连续可微的单调递增的凹函数,证明了重箱出现率为均匀分布的随机变量时模型最优解的唯一性,可为集装箱舱位超订问题的最优决策提供技术指导。

**[收稿日期]** 2009-05-17

**[基金项目]** 国家自然科学基金资助(70771073)

**[作者简介]** 白子建(1977-)男,天津大学管理学院博士后;黄健(1977-)男,天津大学管理学院博士。

## 一、超订模型

对于集装箱班轮公司而言,其超订决策目标是极小化机会收入损失和超订成本的总和。由于事先无法精确获取预定舱位的集装箱货物重量,并且港口与天气条件以及燃料供给等因素中存在不确定性,因而造成班轮运输能力的不确定性。此外,由于各种原因造成的集装箱流动的不平衡性往往引起集装箱空箱调运的需求。当订舱的实际到港重箱未能填满所有舱位时,可以把剩余的舱位用来调运空箱,从而减少舱位的闲置,使机会收入损失减小,因此在超订模型中必须考虑空箱调运的影响。另外,考虑到当超订水平的增加会给运输公司的商业信誉带来不良影响,从而会引起单位舱位超订成本的增大,此外考虑到边际效应,因此,单位舱位超订成本应为关于超订水平的一个单增的凹函数。因而,模型变量及参数作如下设定:

$M$ : 顾客可预订的集装箱舱位总数,即超订水平;

$N_i$ : 该航段最大舱位容量(离散型随机变量),单位为TEU(标准箱),分别以概率  $P_1, P_2, \dots, P_n$  取  $N_1, N_2, \dots, N_n$  的值,并且  $M \geq \max_i N_i \square N$ ;

$r$ : 开船时出现在码头的重箱数量与之前预订的舱位数的比值,即预订舱位的重箱出现比率,  $0 \leq r \leq 1$ , 其概率密度函数为  $f(r)$ ;

$c_v$ : 单位舱位闲置的机会收入损失;

$c_e$ : 单位集装箱空箱调运费用;

$c_d(M)$ : 拒绝单位集装箱装船时的成本,即单位舱位超订成本。 $c_d(M)$  关于超订水平  $M$  为单调递增的凹函数。

由运输实务知,若  $Mr < N$  时,由此产生机会收入损失为  $(c_v - c_e)(N - Mr)$ ; 若  $Mr > N$ , 由此产生超订成本为  $c_d(M)(Mr - N)$ 。记期望总成本为  $E(M)$ , 易知:

$$E(M) = \sum_{i=1}^n P_i \left( \int_0^{N_i/M} (c_v - c_e)(N_i - Mr) f(r) dr + \int_{N_i/M}^1 c_d(M)(Mr - N_i) f(r) dr \right) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

在以上模型中,参数  $c_e$  和  $c_v$  可由集装箱运输实务获取。概率  $P_1, P_2, \dots, P_n$  及相应的舱位容量值  $N_1, N_2, \dots, N_n$  则可根据港口的天然条件及环境等因素确定。概率密度函数  $f(r)$  可由对历史数据的统计

分析确定。单位舱位超订成本  $c_d(M)$  的具体函数形式可由运输公司根据自身情况并结合对超订行为的风险评估来进行确定,且上述参数满足  $c_e < c_v < c_d(M)$ 。

## 二、最优超订决策

为求解最优超订水平  $M^*$ , 令  $x = \frac{N}{M}$ , 则可将超

订问题描述成如下的优化问题

$$\min_{x \in (0,1]} E(x)$$

$$E(x) = \sum_{i=1}^n P_i \left( \int_0^{N_i x/N} (c_v - c_e)(N_i - Nr/x) f(r) dr + \int_{N_i x/N}^1 c_d(N/x)(Nr/x - N_i) f(r) dr \right) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1, N = \max_i N_i$$

上述模型中,由于  $f(r)$  及  $c_d(M)$  函数形式一般均为非线性,因此式(2)为非线性优化问题,闭环求解困难。在实际的管理中,我们只需求取其数值解即可。为求得最优超订水平  $M^*$  及相应的期望总成本  $E^*$ , 本文将设计一种混沌优化算法对非线性优化问题(2)进行数值求解得到最优决策变量  $x^*$ 。并且,为判断所求得的超订水平  $M^* = N/x^*$  是否为最优超订水平,需要检验  $M^*$  是否满足如下条件:

$$\left. \frac{d}{dM} E(M) \right|_{M=M^*} = 0 \quad (3)$$

将模型(1)两边对  $M$  求导,并考虑到在优化问题(2)中所使用的是数值求解方法,因此将最优性条件(3)表达成如下形式:

$$\left| \sum_{i=1}^n P_i \left( (c_e - c_v)R + \int_{N_i/M}^1 ((c_v - c_e + c_d(M))r + \frac{dc_d(M)}{dM}(Mr - N_i)) f(r) dr \right) \right|_{M=M^*} \leq \varepsilon \quad (4)$$

其中  $\varepsilon$  为某个事先给定的小正数,大多情况下取  $\varepsilon = 0.1$  便可满足一般的精度要求。 $R$  为比率  $r$  的期望值,即  $R = \int_0^1 r f(r) dr$ 。

近年来,混沌优化算法由于其局部搜索的高效性已引起广泛关注。文献[9]利用混沌优化算法对一类超订模型进行求解,但算法中没有解的最优性检验步骤,对解的质量很难判别。类似于文献[9],本文将设计混沌优化算法对问题(2)进行求解,并由式(4)判别解的最优性。注意到优化问题(2)中决策变量取值范围为  $(0, 1)$  (边界值  $x = 1$  的情况可单独计算),

与Logistic映射的值域相同,因此本文将算法中的混沌映射取为Logistic映射(5),此时无需对混沌变量进行载波变换,操作简便。

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= 4x_k(1-x_k), \\ k &= 0, 1, 2, \dots, x_0 \in (0, 1), x_0 \neq 0.25, 0.75 \end{aligned} \quad (5)$$

设计的混沌优化算法步骤如下:

**Step1:** 给定最大的迭代次数  $K$  及大的正数  $E_0$ 。  
令  $k=0$ ,  $E^*=E_0$ , 随机地赋初值  $x_0 \in (0, 1)$ ,  $x_0 \neq 0.25, 0.75$ , 由式(5)产生混沌变量  $x_k$ 。

**Step2:** 由式(2)计算  $E(x_k)$  的值, 如果  $E(x_k) < E^*$ , 则  $E^* = E(x_k)$ ,  $x^* = x_k$ ; 否则放弃  $x_k$ 。  
令  $k = k + 1$ ; 由式(5)产生新的混沌变量  $x_k$ 。

**Step3:** 重复Step2达到迭代次数  $K$  或经过若干步迭代搜索后最优值  $E^*$  均不改变, 得最优解  $x^*$ 。

**Step4:** 若超订水平  $M^* = N/x^*$  满足不等式条件(4), 则成为最优的超订水平。并将求得的  $M^*$  四舍

五入取整, 由式(1)算得对应的最优值  $E^*$ , 即

$$M^* = \text{round}(N/x^*), E^* = E(M^*) \quad (6)$$

否则增加最大迭代次数  $K$  的值, 返回Step1, 直至满足最优性条件(4)。输出式(6)中的  $M^*$  及  $E^*$ 。

值得指出的是, 若混沌优化算法所求得的超订水平  $M^*$  不满足不等式条件(4), 应增加最大迭代次数  $K$  的值, 重新利用混沌优化算法进行求解。为提高算法效率, 新一轮优化求解时的初值  $x_0$  应被赋为上一轮迭代结束时的终值  $x_K$ 。对最大迭代次数  $K$  的增加方式可以按照等比递增的方式, 如  $K_{i+1} = (1 + \alpha)K_i$ , 其中  $\alpha > 0$  为可调参数。

管理实务中, 为简便分析, 可将  $r$  设为闭区间  $[r_1, r_2]$  中均匀分布的随机变量, 此时有如下结论。

**定理1** 若  $c_d(M)$  为二阶连续可微的单调递增的凹函数,  $r$  为  $[r_1, r_2]$  中均匀分布的随机变量, 则问题(2)的最优超订水平  $M^*$  是唯一的, 且满足方程(7)。

$$\sum_{i=1}^n P_i \left[ (c_e - c_v) \frac{r_1 + r_2}{2} + \frac{1}{r_2 - r_1} (c_v - c_e + c_d(M)) \frac{r_2^2 - (N_i/M)^2}{2} + \frac{c'_d(M)}{r_2 - r_1} \left( M \frac{r_2^2 - (N_i/M)^2}{2} - N_i(r_2 - N_i/M) \right) \right] = 0 \quad (7)$$

**证明:** 由前面分析可知, 最优超订水平  $M^*$  需要满足  $E'(M)|_{M=M^*} = 0$ , 即

$$\left[ \sum_{i=1}^n P_i \left( (c_e - c_v) \int_0^1 r f(r) dr + \int_{N_i/M}^1 ((c_v - c_e + c_d(M))r + c'_d(M)(Mr - N_i)) f(r) dr \right) \right]_{M=M^*} = 0 \quad (8)$$

因  $r$  为  $[r_1, r_2]$  中均匀分布的随机变量, 得  $f(r) = 1/(r_2 - r_1)$ , 将其代入式(8)得最优性条件 (7)。

此外,  $E(M)$  关于  $M$  求二次导数可得

$$\begin{aligned} E''(M) &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{r_2 - r_1} \left[ c'_d(M) \frac{r_2^2 - (N_i/M)^2}{2} + (c_v - c_e + c_d(M)) \frac{N_i^2}{M^3} + c''_d(M) M \frac{r_2^2 - (N_i/M)^2}{2} - c''_d(M) N_i(r_2 - N_i/M) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{r_2 - r_1} \left[ c'_d(M) \frac{r_2^2 - (N_i/M)^2}{2} + (c_v - c_e + c_d(M)) \frac{N_i^2}{M^3} - c''_d(M) (r_2 M - N_i)^2 / (2M) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

并且注意到  $c_d(M)$  为二阶连续可微的单调递增的凹函数, 则有  $c'_d(M) > 0$ ,  $c''_d(M) \leq 0$ ,  $\forall M \in \square$ 。由式(9)易得  $E''(M) > 0$ 。由此可知  $E(M)$  为凸函数, 而  $M$  的取值范围为一闭区间, 因一元凸函数在闭区间上具有唯一的最优解, 则(2)中的最优  $M^*$  是唯一的。

文献[9]考虑超订策略对商业信誉的影响, 并将其反映在单位舱位超售成本上, 对单位舱位超售成本给出了形如负指数形式的函数:  $c_d(M) = a/(1 + b \exp(c(N - Mr)))$ , 其中  $a, b, c$  为正的参数,  $b \leq 1$ 。容易证明, 此时有  $c'_d(M) > 0$ ,  $c''_d(M) \leq 0$ ,  $\forall M \in \square$ , 则  $c_d(M)$  为二阶连续可微且

单调递增的凹函数。可见本文的结论对单位舱位超售成本的函数形式研究了更为一般的情况, 将文献[9]中的相关结论进行了拓展。

方程(7)为非线性代数方程, 可以利用混沌优化算法进行求解, 求解时应将导数值等于0的条件放松为其绝对值小于某个给定的小正数  $\varepsilon$  即可。并且, 根据定理1的结论, 此时所求得的最优超订水平  $M^*$  即为全局最优超订水平。

### 三、算例

模型(1)中的相应的参数为:  $c_e = 20$

\$/TEU,  $c_v = 50$  \$/TEU, 将单位舱位超售成本设为函数形式:  $c_d(M) = 90 / (1 + 0.4 \exp(0.4(1 - M/N)))$ , 为单调递增的凹函数。出现率  $r$  服从  $[0.85, 1]$  区间上均匀分布的随机变量。 $N_i$  分别以概率  $P_1 = 0.25$ ,  $P_2 = 0.75$  取  $N_1 = 920$  TEU,  $N_2 = 1000$  TEU。根据定理1, 并利用上节所提供的混沌优化算法求解问题(2), 用Matlab编程实现得到全局最优决策  $M^* = 1081$  TEU, 期望总成本  $E^* = 1453$  \$。另一方面, 若不采取超订策略, 即取  $M = N = 1000$  TEU, 此时  $E = 1988$  \$。由此可见, 超订策略能使成本降低。

#### 四、结束语

本文将单位舱位的超订成本假设为关于超订水平的单增凹函数, 考虑空箱调运及运输能力具有随机性的条件下, 建立了海运集装箱舱位的最优超订模型, 并设计混沌优化算法进行了求解。此外, 还研究了当重箱出现率为均匀分布的随机变量时超订模型解的性质。

#### 参考文献

[1] 李冰州, 武振业, 卜祥智. 能力随机的海运集装箱收益管理超订模型[J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(4):

501-506.

[2] ROTHSTEIN M. An airline overbooking model[J]. Transportation Science, 1971, 5: 180-192.

[3] SUBRAMANIAN J, STIDHAM S, LAUTENBACHER C J. Airline yield management with overbooking, cancellations, and no-shows[J]. Transportation Science, 1999, 33(2): 147-167.

[4] FENG Y Y, XIAO B C. A continuous-time seat control model for single-leg flights with no-shows and optimal overbooking upper bound[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174: 1298-1316.

[5] KASILINGAM R G. Air cargo revenue management: characteristics and complexities[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 96(1): 36-44.

[6] Kasilingam R G. An economic model for air cargo overbooking under stochastic capacity[J]. Computers Industry Engineering, 1997, 32(1): 221-226.

[7] 王学峰, 张仁颐, 殷明. 箱位超订技术在集装箱船舶大型化下的应用[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(2): 289-292.

[8] 阳成虎, 杜文, 王翠红. 基于CVaR的海运集装箱超订模型[J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(5): 636-640.

[9] 白子建, 赵道致, 黄健. 考虑商业信誉影响的海运集装箱超订模型[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(11): 8-11.

## A New Overbooking Model for Ocean Shipping Containers

BAI Zi-jian HUANG Jian

(Tianjin University Tianjin 300072 China)

**Abstract** The oversale cost of per container position is assumed to be a monotonically increasing convex function with considering the impact of overbooking level. Then, an overbooking model with the expected total cost as the optimization objective is constructed by considering empty container transportation and the uncertainties in capacity of ocean shipping container position. To get the optimal overbooking level, a chaos optimization algorithm is designed for solving the nonlinear optimization model, and the optimality criterion is established. The uniqueness of the optimal solution is proved while the ratio of container arriving is a uniform random variable. Numerical example shows the validity of the proposed model and algorithm.

**Key words** container position; overbooking model; optimal solution; chaos optimization algorithm

编辑 何 婧