

·智能决策与博弈·

加性偏好关系下二分类群体共识决策方法



□汤华丽 梁海明 董玉成

[四川大学 成都 610065]

[摘要] 【目的/意义】伴随着社会经济的发展,加性偏好关系下二分类群体共识决策在选调生选拔、律所实习生留用和基金项目评审等诸多现实问题均有所体现,因而需要提出针对性的分析方法。【设计/方法】给出了二分类选择方法,用以获得个体和群体关于备选方案集的二分类向量;给出了二分类共识方法,协助个体调整偏好,从而获得具有较高共识水平的二分类。【结论/发现】从最小调整成本视角,建立了加性偏好关系下二分类群体共识决策方法。所提方法可扩展应用解决多个领域中二分类群体决策问题,具备了应用上的普适性。

[关键词] 群体共识; 加性偏好关系; 二分类; 最小调整

[中图分类号] C934

[文献标识码] A

[DOI] 10.14071/j.1008-8105(2021)-1051

Binary Classification Group Consensus Decision-making Method Based on the Additive Preference Relation

TANG Hua-li LIANG Hai-ming DONG Yu-cheng
(Sichuan University Chengdu 610065 China)

Abstract [Purpose/Significance] With the development of economy, the binary classification group consensus decision-making method based on the additive preference relation is applied in many fields, such as the determination of selected graduates, the retention of law firm interns and the evaluation of fund projects. Therefore, it is necessary to propose a targeted analytical method. [Design/Methodology] A binary classification selection method is put forward to obtain the individual and collective binary classification vectors in relation to alternatives. A binary classification consensus method is proposed to assist the individuals to adjust their preferences and improve their consensus level. [Findings/Conclusions] From the perspective of minimum adjustment cost, this paper develops a binary classification group consensus decision-making method based on additive preference relation. The proposed method can be extended to solve the binary classification group decision-making issues in many fields.

Key words group consensus; additive preference relation; binary classification; minimum adjustment

群体决策^[1-2]是指多个个体针对多个备选方案分别给出各自的偏好判断,随后决策者将多个个体

偏好集结成群体偏好,在此基础上,最终得到所有备选方案排序的过程。由于群体决策能最大限度地

[收稿日期] 2021-02-01

[基金项目] 国家自然科学基金项目(71871149, 71971149)。

[作者简介] 汤华丽(1977-)女,四川大学商学院博士研究生;梁海明(1986-)男,博士,四川大学商学院副教授、硕士生导师;董玉成(1979-)男,博士,四川大学商学院教授、博士生导师。

保证决策结果的公平性,降低决策风险,保障制定方案的科学性,使得群体决策广泛存在于企业管理(例如:公司产业战略制定)、社会民生(例如:薪酬方案设计)、政治(例如:政治选举)、工程管理(例如:工程招投标)和军事(例如:武器装备改良方案)等现实背景中,并引起了国内外学者的广泛关注。

在现实的群体决策问题中,当面临多个备选方案时,个体往往难以提供关于这些备选方案的完全排序,而提供两两方案比较的偏好信息更为方便。这使得偏好关系成为群体决策中最为常见的偏好表达方式之一。具体地,个体首先需要提供任意两两方案之间比较的偏好强度,然后构造个体的偏好关系。由于偏好关系表达的实用性和自身结构的简洁性,偏好关系下群体决策问题在近些年得到了长足的发展,理论和应用方面均涌现出有益的研究成果^[3-6]。

从已有关于偏好关系下群体决策的研究成果来看,为了适应不同层次决策者和表达习惯的需要,学者们提出了不同形式的偏好关系,例如:加性偏好关系(互补偏好关系)、乘性偏好关系(互反偏好关系)、语言偏好关系^[7]等;进而依据这些偏好关系的特点,量身定做出针对性的群体决策方法。同时,在应用上,国内外学者将偏好关系下群体决策方法,扩展到应急决策方案选择^[8-9]、高校教师教学质量评估^[10]、政务公共服务绩效评价^[11]和公共项目群体决策^[12]等现实问题中。

此外,由于个体在知识背景、思维视角和经验等方面的差异,使得个体提供偏好信息通常存在一定的差异性,给决策者选择方案带来了相当的难度。为了克服个体偏好信息的差异性,如何建立合理的群体共识决策方法,去帮助个体调整偏好,进而提升不同个体之间的共识水平,迅速成为群体决策理论和方法研究的一个热点。目前,学者们从不同视角对群体共识过程展开了较为详尽的研究,并取得了一些代表性的研究成果。例如:Herrera-Viedma等考虑了不同个体给出的效用值、排序向量、加性偏好关系和乘性偏好关系的异构信息,给出了基于信息一致性的处理方法,进而建立了异构信息环境下的群体共识过程^[13]。程发新等针对个体提供的不完全语言偏好信息,提出了集结不完全语言偏好的集结方法,建立了基于不完全语言偏好的群体共识模型,并探讨了其在低碳供应商选择中的应用^[14]。Chiclana等将群体共识研究的一般框架分为个体一致性的提高过程和群体共识程度提高过

程,其中个体一致性的提高过程旨在提出个体一致性修正方法来提高个体一致性,而群体共识程度提高过程则被用于帮助个体提高他们的群体共识水平^[15]。Pérez等考虑决策方案集和个体集合等决策要素的动态性,构建了相应的共识模型,为决策者进行管理动态群体共识问题提供支持^[16]。Dong等考虑个体的损失规避和参照点依赖的行为特征,定义了基于前景理论的共识水平测量方法,进而提出了针对性的群体共识模型^[17]。Zhang等提出了以最小调整个体偏好为目标的群体共识模型,进而设计了支持共识达成的机制^[18]。Zhang等关于多属性群决策问题提出了两类群体共识规则^[19]。

虽然国内外学者提出了一系列有趣的偏好关系下群体决策方法和诸多有益的群体共识决策方法,并为本文研究方法的提出,奠定了较好的基础。但已有研究仍然面临一定的现实挑战。

1. 传统的群体决策理论与方法大多关注如何在有效集结个体偏好的基础上,对备选方案进行排序。然而,在一些实际的群体决策问题中(例如:人才招聘、论文评审等),决策者有时更希望获得将备选方案分为两类,这为二分类群体决策问题的涌现带来了契机。通常地,二分类群体决策问题旨在满足偏好冲突最小的前提下,将备选方案集分成两类。因此,在现实生活中,二分类群体决策问题在诸多领域中得到了良好的应用。

2. 群体共识过程是群体决策中的重要研究分支。众多国内外学者或者从理论和方法上定义和重构群体共识过程,或者从应用上丰富群体共识过程的现实背景。需要指出的是,这些已有的群体共识模型的共性特征在于以不同个体关于方案排序的共识作为决策目标。由于二分类群体决策问题与传统的群体决策问题相比,具有明显的差异性。因此,不能应用已有的经典群体共识过程来解决二分类群体决策问题,而是需要针对二分类群体问题的特点,重新定义和诠释二分类的共识水平测量方法,提出有效的反馈调整规则,进而展示出合理的二分类群体共识过程。

鉴于已有研究存在的局限,本文提出一种新的加性偏好关系下二分类群体共识决策方法。首先,通过对二分类群体决策问题现实背景进行剖析的基础上,总结加性偏好关系下二分类群体决策问题的特征,并给出问题描述;然后,分别给出加性偏好关系下二分类的选择方法,用以获得每个个体关于备选方案集的二分类;最后,提出加性偏好关系下二分类共识方法,旨在通过衡量多个个体的共识水

平、提出反馈调整规则和共识达成算法,来获得具有较高共识水平的二分类。

一、典型研究背景

伴随着社会经济的飞速发展,一大批具有崭新背景且形式各异二分类群体决策问题不断涌现,遍布于社会民生的各个角落。下面具体列举几个现实中典型二分类群体决策问题的背景。

1. 律所实习生留用问题。据统计,国内很多知名律所(例如:君合、通商等)已经采用了实习生制度,旨在选拔符合律所业务范围且能与国际接轨的实习生。具体地,这些知名律所在收到众多求职人员简历后,通过HR的筛选和层层面试,来确定实习生的候选集合。在实习生入职之后,律所带教律师会根据实习生的专业能力、沟通能力和严谨程度等,对实习生进行综合考察,最终,一部分实习生被留用,而另外一部分实习生被淘汰。

2. 新冠肺炎专题项目资助问题^[20]。2020年初,一场始料未及的新冠肺炎疫情暴发。为解决新冠肺炎疫情引发的若干应急管理问题,国家自然科学基金委管理学部紧急组织了新冠肺炎专题项目,并得到了广大学术人员的积极响应。在近一个月的时间内,管理学部接受了上千学者的申请书。然而,由于资助能力的限制,管理学部聘请了多个相关专家,对项目进行综合评审,最终,将一些可行性强且研究人员具有良好医疗合作背景的申请,作为资助对象,其余申请则不予资助。

3. 扶贫攻坚选调生选拔问题。“让农业成为有奔头的产业,让农民成为有吸引力的职业,让农村成为安居乐业的美丽家园。”为实现这一宏伟蓝图,党中央和各地政府每年都会针对应届毕业大学生开展选调生选拔工作。这是一项优中选优,确保选派人员能力素质符合扶贫工作需要、关系国计民生的大事。因此,面对诸多通过考试的选调生,务必精心挑选,选派那些思想觉悟高、业务能力强、乐于吃苦、敏于行动、善于成事的候选者带着情怀和责任前往基层一线挂职任职,其他的人将不予选派。

4. 国家双一流专业评定问题。近年来,教育部为鼓励和培养创新性人才^[21],不断提升我国大学在世界大学中的话语权和竞争力,提出了评选双一流专业的重要举措,并对最终入围者提供了较为丰厚的资金支持。在参评过程中,每个高校需要在申请书中展现教学成果、科研成果、专业历史沿革与特

色、毕业生质量跟踪评价反馈和下一步的工作计划等内容。教育部则需要聘请具备专业权威性和丰富经验的评审专家,对于不同高校的申请书内容给出评判,最终确定一些专业实力强且能培养服务于区域经济和社会民生的人才的高校作为国家双一流专业的资助对象^[22-23],其余高校则不予资助。

二、问题描述

在本节中,首先,对于加性偏好关系下二分类群体共识决策问题中所使用的数学变量进行描述;然后,给出个体关于备选方案集的二分类的数学定义。

为便于理解,本文以国家一流学科的申请为例,给出加性偏好关系下二分类群体决策问题中的主要数学变量描述。

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$: 备选方案集合,其中 x_i 表示第 i 个备选方案。例如,在国家一流学科的申请问题中,每一个备选方案可以认为是提出申请的大学;

$D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$: 参与二分类群体决策的个体集合,其中 d_j 表示第 j 个个体。例如,在国家一流学科的申请问题中,每一个个体可以是评审专家;

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$: 个体的权重向量,其中 λ_k 表示第 k 个个体的权重,满足 $\sum_{k=1}^m \lambda_k = 1$ 且 $\lambda_k \geq 0$ 。例如,在国家一流学科的申请问题中,教育部可以根据评审专家的知识、能力和学科权威性,确定评审专家的权重;

令 $P^{(k)} = (p_{ij}^{(k)})_{n \times n}$ 为第 k 个个体关于备选方案集 X 提供的加性偏好关系,其中 $p_{ij}^{(k)}$ 表示个体 d_k 关于方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好程度,满足 $p_{ij}^{(k)} \in [0, 1]$ 且 $p_{ij}^{(k)} + p_{ji}^{(k)} = 1$, $p_{ij}^{(k)}$ 越大,则表明个体 d_k 相较于方案 x_j ,偏爱于方案 x_i 的程度越大。例如,在国家一流学科的申请问题中,评审专家在考虑师资队伍组成、学生获奖、教学特色和教改项目等属性的基础上,对于两个不同大学在同一学科的实力给出偏好。

然后,给出个体关于备选方案集 X 的二分类的数学定义如下:

定义1^[24] 设“ $>$ ”表示“优于”,且 $\bar{X}^{(k)}$ 和 $\tilde{X}^{(k)}$ 表示个体 d_k 关于备选方案集 X 的划分,满足 $\bar{X}^{(k)} \cup \tilde{X}^{(k)} = X$, $\bar{X}^{(k)} \cap \tilde{X}^{(k)} = \emptyset$;若对于 $\forall x_i \in \bar{X}^{(k)}$, $x_l \in \tilde{X}^{(k)}$,均满足 $x_i > x_l$,则称集合 $\bar{X}^{(k)}$ 和 $\tilde{X}^{(k)}$ 表示个体 d_k 关于备选方案集 X 的二分类。

设 p 表示决策者(例如:教育部)规定个体 d_k 推荐的集合 $\bar{X}^{(k)}$ 中元素的数目,即每个个体需要分

别将其认为的 p 个最好的方案包含在集合 $\bar{X}^{(k)}$ 中。例如：在国家一流学科的申请问题中， $\bar{X}^{(k)}$ 和 $\tilde{X}^{(k)}$ 分别表示建议资助和不予资助的大学集合。假如，当教育部规定评审专家最多提交6所院校的同一学科为一类专业，此时每一个评审专家将其排名前6的大学包含在建议资助的大学集合 $\bar{X}^{(k)}$ 中，而其他申请的院校则包含在不予资助的大学集合 $\tilde{X}^{(k)}$ 中。

设 $\bar{X}$ 和 $\tilde{X}$ 表示群体关于备选方案集的二分类。例如：在国家一流学科的申请问题中， $\bar{X}$ 和 $\tilde{X}$ 分别表示最终资助和不予资助的大学集合。

本文要解决的问题是：如何依据个体权重向量 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$ 和加性偏好关系 $P^{(k)} = (p_{ij}^{(k)})_{n \times n}$ ，在考虑多个个体关于二分类 $\bar{X}^{(k)}$ 和 $\tilde{X}^{(k)}$ 的共识水平的基础上，对备选方案集 X 进行二分类（即获得 $\bar{X}$ 和 $\tilde{X}$ ）。

三、二分类群体共识决策方法

本节首先提出加性偏好关系下二分类选择方法，以获得每个个体关于备选方案集的二分类；然后，提出加性偏好关系下二分类共识方法，旨在通过衡量多个个体的共识水平、提出反馈调整规则和共识达成算法，获得具有较高共识水平的二分类向量。下面具体给出加性偏好关系下二分类选择方法和二分类共识方法的描述。

（一）加性偏好关系下二分类选择方法

加性偏好关系下二分类选择方法的主要步骤如下：

步骤1. 计算群体偏好关系

令 $P^{(c)} = (p_{ij}^{(c)})_{n \times n}$ 表示群体偏好关系，其中 $p_{ij}^{(c)}$ 表示群体关于方案 x_i 相对于 x_j 比较的偏好强度，满足 $p_{ij}^{(c)} \in [0, 1]$ 且 $p_{ij}^{(c)} + p_{ji}^{(c)} = 1$ ， $p_{ij}^{(c)}$ 可由下式确定：

$$p_{ij}^{(c)} = \sum_{k=1}^m \lambda_k p_{ij}^{(k)}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

步骤2. 计算个体关于备选方案集的二分类向量

首先，令 $EP_i^{(k)}$ 为个体 d_k 对备选方案 x_i 的综合评价价值，其中 $EP_i^{(k)}$ 可由下式给出：

$$EP_i^{(k)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

设 $o^{(k)} = (o_1^{(k)}, o_2^{(k)}, \dots, o_n^{(k)})^T$ 是个体 d_k 关于备选方案集 X 的排序向量，其中 $o_i^{(k)}$ 表示个体 d_k 关于方案 x_i 的排序， $o_i^{(k)} \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。 $o_i^{(k)}$ 越小，表明相应的方案越优。因此，若 $EP_i^{(k)}$ 为综合评价价值向量 $(EP_1^{(k)}, EP_2^{(k)}, \dots, EP_n^{(k)})^T$ 中第 j 大的分量，则 $o_i^{(k)} = j$ 。

然后，令 $R^{(k)} = (r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, \dots, r_n^{(k)})^T$ 表示个体 d_k 关于

备选方案集 X 的二分类向量，其中：

$$r_i^{(k)} = \begin{cases} 1, & \text{若 } o_i^{(k)} \leq p \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

再依据集合 $\bar{X}^{(k)}$ 和 $\tilde{X}^{(k)}$ 的含义，则有：

$$\begin{cases} x_i \in \bar{X}^{(k)}, & r_i^{(k)} = 1 \\ x_i \in \tilde{X}^{(k)}, & r_i^{(k)} = 0 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

步骤3. 计算群体关于备选方案集的二分类向量

首先，令 $EP_i^{(c)}$ 为群体对备选方案 x_i 的综合评价价值，其中 $EP_i^{(c)}$ 可由下式得到：

$$EP_i^{(c)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(c)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

设 $o^{(c)} = (o_1^{(c)}, o_2^{(c)}, \dots, o_n^{(c)})^T$ 是群体关于备选方案集 X 的排序向量，其中 $o_i^{(c)}$ 表示群体关于方案 x_i 的排序， $o_i^{(c)} \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。 $o_i^{(c)}$ 越小，表明相应的方案越优。

因此，若 $EP_i^{(c)}$ 为综合评价价值向量 $(EP_1^{(c)}, EP_2^{(c)}, \dots, EP_n^{(c)})^T$ 中第 j 大的分量，则 $o_i^{(c)} = j$ 。

然后，令 $R^{(c)} = (r_1^{(c)}, r_2^{(c)}, \dots, r_n^{(c)})^T$ 表示群体关于备选方案集 X 的二分类向量，其中：

$$r_i^{(c)} = \begin{cases} 1, & \text{若 } o_i^{(c)} \leq p \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

再依据集合 $\bar{X}$ 和 $\tilde{X}$ 的含义，则有：

$$\begin{cases} x_i \in \bar{X}, & r_i^{(c)} = 1 \\ x_i \in \tilde{X}, & r_i^{(c)} = 0 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

（二）加性偏好关系下二分类共识方法

加性偏好关系下二分类共识方法的主要步骤如下：

步骤1. 二分类共识水平测量

本文关于加性偏好关系下二分类共识水平的测量，如定义2所示：

定义2. 设 $P^{(k)}$ 和 $P^{(c)}$ 分别表示个体 d_k 和群体的偏好关系， $R^{(k)} = (r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, \dots, r_n^{(k)})^T$ 和 $R^{(c)} = (r_1^{(c)}, r_2^{(c)}, \dots, r_n^{(c)})^T$ 分别表示个体 d_k 和群体关于备选方案集的二分类向量。则个体 d_k 和群体之间的二分类共识水平可计算为：

$$CL_p(R^{(k)}, R^{(c)}) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n t_i^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$\text{其中 } t_i^{(k)} = \begin{cases} 1, & r_i^{(k)} = 1 \text{ 且 } r_i^{(c)} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$$

再依据式(8)，计算所有个体和群体之间的二分类共识水平为：

$$CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(m)}) = \sum_{k=1}^m \lambda_k CL_p(R^{(k)}, R^{(c)}) \quad (9)$$

从式(9)可以看出， $CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(m)}) \in [0, 1]$ 。若 $CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(m)})$ 值越大，则表明个体之间的

共识水平越高; 特别地, 当 $CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(m)}) = 1$ 时, 则所有个体达成完全共识。

步骤2. 最小调整的二分类共识规则

传统的群体共识规则主要包括身份规则和方向规则, 在这些规则下, 个体通常需要对自身偏好进行比较大的调整, 才能符合决策者的要求, 进而达成共识。然而, 在实际的决策情景中, 个体通常不愿意对自身偏好进行较大调整, 这意味着决策者需要花费比较多的成本(如: 时间、资源和金钱等)去说服个体。因此, 为解决传统群体共识规则的瓶颈, 本文提出最小调整的二分类共识规则, 以提高不同个体之间的共识水平。

令 $\overline{P}^{(k)} = (\overline{p}_{ij}^{(k)})_{n \times n}$ 表示个体 d_k 调整后的偏好关系, 其中 $\overline{p}_{ij}^{(k)}$ 表示调整后个体 d_k 关于方案 x_i 与 x_j 比较的偏好强度, $\overline{p}_{ij}^{(k)} + \overline{p}_{ji}^{(k)} = 1$ 且 $\overline{p}_{ij}^{(k)} \geq 0$ 。

在共识达成过程中, 决策者总是希望最小化所有个体调整偏好的程度, 即:

$$\min \sum_{k=1}^m d(P^{(k)}, \overline{P}^{(k)}) \quad (10)$$

其中, $d(P^{(k)}, \overline{P}^{(k)})$ 表示 $P^{(k)}$ 和 $\overline{P}^{(k)}$ 之间的偏差, $d(P^{(k)}, \overline{P}^{(k)})$ 可由下式确定:

$$d(P^{(k)}, \overline{P}^{(k)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left| \frac{p_{ij}^{(k)} - \overline{p}_{ij}^{(k)}}{n^2} \right|, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

同时, 不同个体之间的共识水平还应达到可接受的共识阈值以上, 即:

$$CL_p(\overline{R}^{(1)}, \overline{R}^{(2)}, \dots, \overline{R}^{(m)}) = \sum_{k=1}^m \lambda_k CL_p(\overline{R}^{(k)}, \overline{R}^{(c)}) \geq \overline{CL} \quad (12)$$

其中, $\overline{CL}$ 表示决策者给定的可接受共识阈值, $\overline{CL} \in (0, 1)$ 。

根据以上分析, 基于最小调整的共识达成模型可建立如下:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k=1}^m d(P^{(k)}, \overline{P}^{(k)}) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \overline{p}_{ij}^{(c)} = \sum_{k=1}^m \lambda_k \overline{p}_{ij}^{(k)}, & i, j = 1, 2, \dots, n \\ CL_p(\overline{R}^{(1)}, \overline{R}^{(2)}, \dots, \overline{R}^{(m)}) \geq \overline{CL}, \\ \overline{p}_{ij}^{(k)} + \overline{p}_{ji}^{(k)} = 1, & i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

从模型(13)来看, 模型(13)为非线性规划模型。为方便求解, 本文将模型(13)转化为0~1线性规划模型。由于篇幅所限, 本文将不展示具体的转化过程。进一步通过采用lingo、Cplex等优化软件包进行求解。

(三) 二分类共识达成算法

由于在现实二分类群体共识决策问题中, 决策者通常需要尊重每个个体表达的偏好, 并且不能随意强制个体改变其偏好。通过求解优化模型(13)而得到的最优调整偏好关系, 仅仅是为个体调整他们偏好信息时提供的一种参考, 因此, 每个个体仍然可根据其个人意愿, 来确定其自身的实际偏好调整量。

具体地, 令 $\overline{P}^{(k,*)} = (\overline{p}_{ij}^{(k,*)})_{n \times n}$ 为模型(13)求得的最优调整意见(即模型(13)的最优解)。决策者首先将最优的调整偏好关系 $\overline{P}^{(k,*)} = (\overline{p}_{ij}^{(k,*)})_{n \times n}$ 提供给每一个个体 d_k , 然后, 个体 d_k 根据其自身意愿, 确定调整后的偏好关系 $\overline{P}^{(k)} = (\overline{p}_{ij}^{(k)})_{n \times n}$ 。当确定 $\overline{P}^{(k)}$ 时, 个体考虑如下三种规则:

规则1. 若 $p_{ij}^{(k)} < \overline{p}_{ij}^{(k,*)}$, 那么个体 d_k 应增加方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好强度;

规则2. 若 $p_{ij}^{(k)} > \overline{p}_{ij}^{(k,*)}$, 那么个体 d_k 应减少方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好强度;

规则3. 若 $p_{ij}^{(k)} = \overline{p}_{ij}^{(k,*)}$, 那么个体 d_k 不调整方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好强度。

进一步地, 对应于上述三种规则, $\overline{p}_{ij}^{(k)}$ 可由下式确定:

$$\overline{p}_{ij}^{(k)} \in \left[\min(p_{ij}^{(k)}, \overline{p}_{ij}^{(k,*)}), \max(p_{ij}^{(k)}, \overline{p}_{ij}^{(k,*)}) \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

基于规则1~3, 下面给出加性偏好关系下二分类群体决策问题的共识达成算法。

输入: 个体 d_k 提出的加性偏好关系 $P^{(k)} = (p_{ij}^{(k)})_{n \times n}$, 以及决策者给定的共识阈值 $\overline{CL}$ 。

输出: 个体 d_k 调整后的加性偏好关系 $\overline{P}^{(k)} (k = 1, 2, \dots, m)$, 调整后的群体偏好关系 $\overline{P}^{(c)}$, 个体二分类向量 $\overline{R}^{(k)} = (\overline{r}_1^{(k)}, \overline{r}_2^{(k)}, \dots, \overline{r}_n^{(k)})^T$ 和群体二分类向量 $\overline{R}^{(c)} = (\overline{r}_1^{(c)}, \overline{r}_2^{(c)}, \dots, \overline{r}_n^{(c)})^T$ 。

步骤1. 令 z 为共识轮数, $P_z^{(k)} = (p_{ij,z}^{(k)})_{n \times n} = P^{(k)} (k = 1, 2, \dots, m)$, 其中 $z = 0$;

步骤2. 根据式(2)和式(5), 分别计算出第 z 轮个体关于备选方案集的综合评价值 $EP_{i,z}^{(k)}$, 以及第 z 轮群体关于备选方案集的综合评价值 $EP_{i,z}^{(c)}$ 。在此基础上, 求得第 z 轮个体关于备选方案集的排序向量 $o_z^{(k)} = (o_{1,z}^{(k)}, o_{2,z}^{(k)}, \dots, o_{n,z}^{(k)})^T$ 和第 z 轮群体关于备选方案集的排序向量 $o_z^{(c)} = (o_{1,z}^{(c)}, o_{2,z}^{(c)}, \dots, o_{n,z}^{(c)})^T$ 。再依据式(3), 计算出第 z 轮个体关于备选方案集的二分类向量 $R_z^{(k)} = (r_{1,z}^{(k)}, r_{2,z}^{(k)}, \dots, r_{n,z}^{(k)})^T$, 再依据式(6), 计算出第

z 轮群体关于备选方案集的二分类向量 $R_z^{(c)} = (r_{1,z}^{(c)}, r_{2,z}^{(c)}, \dots, r_{n,z}^{(c)})^T$;

步骤3. 根据式 (9), 计算第 z 轮不同个体之间的二分类共识水平 $CL_{p,z}$, 若 $CL_{p,z} \geq \overline{CL}$, 转步骤5, 否则转步骤4;

步骤4. 令 $\bar{P}_z^{(k,*)} = (\bar{p}_{ij,z}^{(k,*)})_{n \times n}$ 为第 z 轮个体 d_k 的最优调整后偏好关系, 其中 $\bar{P}_z^{(k,*)}$ 可通过求解模型 (13) 获得。然后, 当构建调整后的偏好关系 $P_{z+1}^{(k)} = (p_{ij,z+1}^{(k)})_{n \times n}$ 时, $p_{ij,z+1}^{(k)}$ 须在满足如下的一个合理区间内取值, 即: $p_{ij,z+1}^{(k)} \in [\min(p_{ij,z}^{(k)}, \bar{p}_{ij,z}^{(k,*)}), \max(p_{ij,z}^{(k)}, \bar{p}_{ij,z}^{(k,*)})]$, 令 $z = z + 1$, 转步骤2;

步骤5. 令 $\bar{P}^{(k)} = P_z^{(k)}$, $\bar{P}^{(c)} = P_z^{(c)}$, $\bar{R}^{(k)} = R_z^{(k)}$ 和 $\bar{R}^{(c)} = R_z^{(c)}$, $k = 1, 2, \dots, m$ 。输出个体 d_k 调整后的偏好关系 $\bar{P}^{(k)}$, 调整后的群体偏好关系 $\bar{P}^{(c)}$, 个体关于备选方案集的二分类向量 $\bar{R}^{(k)} = (\bar{r}_1^{(k)}, \bar{r}_2^{(k)}, \dots, \bar{r}_n^{(k)})^T$ 和群体关于备选方案集的二分类向量 $\bar{R}^{(c)} = (\bar{r}_1^{(c)}, \bar{r}_2^{(c)}, \dots, \bar{r}_n^{(c)})^T$ 。

四、数值分析

为体现与优化发展战略与重大需求, 择优确定并重点建设培养创新人才和开展科学研究的重要基地, 确立高校在相关学科体系中的骨干和引领地位, 某省政府和教育部门, 决定于2020年正式启动了一流专业评选工作。

现假设某省教育厅Y某年收到了6所省内高校 (即备选方案 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$) 关于同一学科的双一流专业申请后, 迅速成立了4个评审专家 (即个体 $D = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$) 组成的评审专家委员会, 来确定入选一流专业的高校。4个评审专家随即仔细阅读了6所高校的申请书内容, 并依据师资队伍组成、学生获奖、教学特色和教改项目等属性, 提出了如下关于高校两两比较的偏好关系:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.56 & 0.65 & 0.75 & 0.75 & 0.88 \\ 0.44 & 0.50 & 0.72 & 0.80 & 0.80 & 0.92 \\ 0.35 & 0.28 & 0.50 & 0.68 & 0.68 & 0.86 \\ 0.25 & 0.20 & 0.32 & 0.50 & 0.51 & 0.75 \\ 0.25 & 0.20 & 0.32 & 0.49 & 0.50 & 0.65 \\ 0.12 & 0.08 & 0.14 & 0.25 & 0.35 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.32 & 0.28 & 0.65 & 0.38 & 0.83 \\ 0.68 & 0.50 & 0.40 & 0.75 & 0.65 & 0.86 \\ 0.72 & 0.60 & 0.50 & 0.81 & 0.68 & 0.86 \\ 0.35 & 0.25 & 0.19 & 0.50 & 0.30 & 0.66 \\ 0.62 & 0.35 & 0.32 & 0.70 & 0.50 & 0.78 \\ 0.17 & 0.14 & 0.14 & 0.34 & 0.22 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$P^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.08 & 0.25 & 0.22 & 0.06 & 0.34 \\ 0.92 & 0.50 & 0.78 & 0.69 & 0.61 & 0.82 \\ 0.75 & 0.22 & 0.50 & 0.35 & 0.28 & 0.68 \\ 0.78 & 0.31 & 0.65 & 0.50 & 0.36 & 0.73 \\ 0.94 & 0.39 & 0.72 & 0.64 & 0.50 & 0.81 \\ 0.66 & 0.18 & 0.32 & 0.27 & 0.19 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$P^{(4)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.32 & 0.50 & 0.26 & 0.22 & 0.68 \\ 0.68 & 0.50 & 0.68 & 0.35 & 0.27 & 0.88 \\ 0.50 & 0.32 & 0.50 & 0.26 & 0.22 & 0.79 \\ 0.74 & 0.65 & 0.74 & 0.50 & 0.37 & 0.93 \\ 0.78 & 0.73 & 0.78 & 0.63 & 0.50 & 0.95 \\ 0.32 & 0.12 & 0.21 & 0.07 & 0.05 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

假设教育厅Y认定评审专家具有相同的权威性, 即权重向量 $\lambda = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)^T$, 则:

$$P^{(c)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.32 & 0.42 & 0.47 & 0.35 & 0.68 \\ 0.68 & 0.50 & 0.65 & 0.65 & 0.58 & 0.87 \\ 0.58 & 0.35 & 0.50 & 0.53 & 0.47 & 0.80 \\ 0.53 & 0.35 & 0.47 & 0.50 & 0.39 & 0.77 \\ 0.65 & 0.42 & 0.53 & 0.61 & 0.5000 & 0.80 \\ 0.32 & 0.13 & 0.20 & 0.23 & 0.20 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}。$$

设教育厅Y设定的共识水平阈值 $\overline{CL} = 0.89$, 并且设定需要选出 $p = 3$ 个高校的相关学科作为一流专业。

下面将用所提出的加性偏好关系下二分类群体共识决策方法来解决上述问题。

首先, 根据式 (1) (2) 和式 (5), 可以计算每个评审专家 d_k 对备选方案集的综合评价向量 $EP^{(k)}$ 以及群体对备选方案集的综合评价向量 $EP^{(c)}$ 如下:

$$EP^{(1)} = (0.68, 0.70, 0.56, 0.42, 0.40, 0.24)^T,$$

$$EP^{(2)} = (0.49, 0.64, 0.70, 0.38, 0.55, 0.25)^T,$$

$$EP^{(3)} = (0.24, 0.72, 0.46, 0.56, 0.67, 0.35)^T,$$

$$EP^{(4)} = (0.41, 0.56, 0.43, 0.66, 0.73, 0.21)^T,$$

$$EP^{(c)} = (0.46, 0.65, 0.54, 0.50, 0.59, 0.26)^T。$$

然后, 根据所求得的 $EP^{(k)}$ 和 $EP^{(c)}$, 可进一步得到评审专家和群体关于备选方案集的排序向量分别为: $o^{(1)} = (2, 1, 3, 4, 5, 6)^T$, $o^{(2)} = (4, 2, 1, 5, 3, 6)^T$,

$$o^{(3)} = (6, 1, 4, 3, 2, 5)^T, \quad o^{(4)} = (5, 3, 4, 2, 1, 6)^T,$$

$$o^{(c)} = (5, 1, 3, 4, 2, 6)^T。$$

因为 $p = 3$, 则根据式 (3) 和式 (6), 可计算评审专家和群体关于备选方案集的二分类向量如下:

$$R^{(1)} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)^T, \quad R^{(2)} = (0, 1, 1, 0, 1, 0)^T,$$

$$R^{(3)} = (0, 1, 0, 1, 1, 0)^T, \quad R^{(4)} = (0, 1, 0, 1, 1, 0)^T,$$

$$R^{(c)} = (0, 1, 1, 0, 1, 0)^T。$$

根据式 (9), 计算4个评审专家的共识水平 $CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, R^{(3)}, R^{(4)}) = 0.75$ 。

显然, $CL_p(R^{(1)}, R^{(2)}, R^{(3)}, R^{(4)}) = 0.75 < \overline{CL} = 0.89$, 因此需要进行评审专家偏好信息的反馈调整阶段。

进一步, 运用模型 (13), 可求得评审专家最优调整的偏好关系 $\bar{P}_1^{(1,*)}, \bar{P}_1^{(2,*)}, \bar{P}_1^{(3,*)}, \bar{P}_1^{(4,*)}$:

$$\bar{P}_1^{(1,*)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.43 & 0.48 & 0.51 & 0.37 & 0.77 \\ 0.57 & 0.50 & 0.71 & 0.76 & 0.68 & 0.89 \\ 0.52 & 0.29 & 0.50 & 0.60 & 0.52 & 0.82 \\ 0.49 & 0.24 & 0.40 & 0.50 & 0.50 & 0.77 \\ 0.63 & 0.32 & 0.48 & 0.50 & 0.50 & 0.78 \\ 0.23 & 0.11 & 0.18 & 0.23 & 0.22 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$\bar{P}_1^{(2,*)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.32 & 0.39 & 0.64 & 0.37 & 0.81 \\ 0.68 & 0.50 & 0.53 & 0.74 & 0.61 & 0.86 \\ 0.61 & 0.47 & 0.50 & 0.80 & 0.52 & 0.82 \\ 0.36 & 0.26 & 0.20 & 0.50 & 0.30 & 0.73 \\ 0.63 & 0.39 & 0.48 & 0.70 & 0.50 & 0.79 \\ 0.19 & 0.14 & 0.18 & 0.27 & 0.21 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$\bar{P}_1^{(3,*)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.11 & 0.28 & 0.33 & 0.11 & 0.51 \\ 0.89 & 0.50 & 0.77 & 0.67 & 0.58 & 0.85 \\ 0.72 & 0.23 & 0.50 & 0.51 & 0.46 & 0.80 \\ 0.67 & 0.33 & 0.49 & 0.50 & 0.36 & 0.74 \\ 0.89 & 0.42 & 0.54 & 0.64 & 0.50 & 0.81 \\ 0.49 & 0.15 & 0.20 & 0.26 & 0.19 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$\bar{P}_1^{(4,*)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.32 & 0.49 & 0.27 & 0.32 & 0.68 \\ 0.68 & 0.50 & 0.66 & 0.43 & 0.28 & 0.87 \\ 0.51 & 0.34 & 0.50 & 0.30 & 0.28 & 0.79 \\ 0.73 & 0.57 & 0.70 & 0.50 & 0.38 & 0.84 \\ 0.68 & 0.72 & 0.72 & 0.62 & 0.50 & 0.82 \\ 0.32 & 0.13 & 0.21 & 0.16 & 0.18 & 0.50 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

将 $\bar{P}_1^{(1,*)}, \bar{P}_1^{(2,*)}, \bar{P}_1^{(3,*)}, \bar{P}_1^{(4,*)}$ 分别反馈给评审专家 d_1, d_2, d_3, d_4 , 可进一步构建第一轮各评审专家调整后的偏好关系, 由于篇幅所限, 本文将不做展示。再依据计算调整后的群体偏好关系如下:

$$P_1^{(c)} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.30 & 0.41 & 0.44 & 0.30 & 0.69 \\ 0.70 & 0.50 & 0.66 & 0.65 & 0.54 & 0.87 \\ 0.59 & 0.34 & 0.50 & 0.55 & 0.45 & 0.81 \\ 0.56 & 0.35 & 0.45 & 0.50 & 0.39 & 0.77 \\ 0.70 & 0.46 & 0.55 & 0.61 & 0.50 & 0.80 \\ 0.31 & 0.13 & 0.19 & 0.23 & 0.20 & 0.50 \end{bmatrix}。$$

根据式 (1) (2) 和式 (5), 分别计算每个评审专家个体和群体对高校集合的综合评价向量 $EP_1^{(k)}$ 和 $EP_1^{(c)}$ 如下:

$$EP_1^{(1)} = (0.53, 0.69, 0.54, 0.48, 0.52, 0.24)^T,$$

$$EP_1^{(2)} = (0.50, 0.65, 0.63, 0.39, 0.58, 0.25)^T,$$

$$EP_1^{(3)} = (0.30, 0.71, 0.53, 0.52, 0.64, 0.30)^T,$$

$$EP_1^{(4)} = (0.43, 0.57, 0.45, 0.62, 0.68, 0.25)^T,$$

$$EP_1^{(c)} = (0.44, 0.65, 0.54, 0.50, 0.60, 0.26)^T。$$

进一步, 可得评审专家和群体关于高校集合的排序向量。因为 $p=3$, 则根据式 (3) 和式 (6), 可计算评审专家和群体关于高校集合第一轮的二分类向量如下:

$$R_1^{(1)} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)^T, R_1^{(2)} = (0, 1, 1, 0, 1, 0)^T,$$

$$R_1^{(3)} = (0, 1, 1, 0, 1, 0)^T, R_1^{(4)} = (0, 1, 0, 1, 1, 0)^T,$$

$$R_1^{(c)} = (0, 1, 1, 0, 1, 0)^T。$$

然后, 根据式 (9), 计算 4 个评审专家的共识水平 $CL_{p,1}(R_1^{(1)}, R_1^{(2)}, R_1^{(3)}, R_1^{(4)}) = 0.90$ 。显然, $CL_{p,1}(R_1^{(1)}, R_1^{(2)}, R_1^{(3)}, R_1^{(4)}) = 0.90 > \overline{CL} = 0.89$ 。因此, 教育厅 Y 最终选定高校 x_2, x_3, x_5 的相关学科入围一流专业。

五、结论

本文提出了加性偏好关系下二分类群体共识决策方法。给出了二分类选择方法, 用以获得个体和群体关于备选方案集的二分类向量, 进而定义了二

分类群体共识水平, 并以最小调整个体偏好为目标, 构建了共识达成模型。再基于经典群体共识过程中的身份规则和方向规则, 提出相应的反馈调整规则。最后, 提出了偏好关系下二分类群体共识达成迭代算法。

在理论方面, 提出了加性偏好关系下二分类群体共识决策方法, 创新性定义了二分类群体共识水平的测量, 从最小调整成本视角, 建立了共识调整的达成模型。在应用方面, 可适用于解决实习生留用、选调生选拔、项目评审以及大型运动会优秀作品征集等诸多现实二分类群体决策问题。

下一步需要开展的工作主要体现在如下两个方面:

1. 考虑到现实群体决策问题中, 个体受到表达习惯等因素的限制, 不同个体可能提供异构偏好信息, 例如, 有些个体可能更偏好于表达效用值形式的偏好, 有些个体可能采用乘性偏好关系。因此, 有必要研究异构偏好环境下的二分类群体决策理论与方法, 力图更加贴近现实情景。

2. 一些个体在现实的二分类群体决策问题中还表现出策略操纵的行为特征, 例如, 为了最大化自身利益, 操纵二分类结果, 一些个体故意隐瞒真实偏好信息, 而给出虚假偏好信息。因此, 有必要在挖掘个体典型的策略操纵行为特征和规律基础上, 设计具备良好防操纵性能的二分类群体共识决策理论与方法。

参考文献

- [1] 徐选华. 大数据环境下复杂大群体决策理论方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2020.
- [2] 刘芳, 张卫国. 复杂环境下群体决策理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [3] LIU X, XU Y J, HERRERA F. Consensus model for large-scale group decision making based on fuzzy preference relation with self-confidence: detecting and managing overconfidence behaviors[J]. *Information Fusion*, 2019, 52: 245-256.
- [4] 晁祥瑞. 异质偏好下的大群体决策行为与共识研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2017.
- [5] FAN ZH P, MA J, JIANG Y P, et al. A goal programming approach to group decision making based on multiplicative preference relations and fuzzy preference relations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 174(1): 311-321.
- [6] DONG Y CH, FAN ZH P, YU SH. Consensus building in a local context for the AHP-GDM with the individual

numerical scale and prioritization method[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(2): 354-368.

[7] HERRERA F, ALONSO S, CHICLANA F, et al. Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2009, 8(4): 337-364.

[8] 宋永明. 基于犹豫偏好关系的群决策方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.

[9] 张云龙, 刘茂, 李剑峰. 模糊群体决策方法在应急决策中的应用[J]. *中国安全科学学报*, 2009, 19(2): 33-37.

[10] 卫宝真. 基于不确定偏好信息的专家群决策分析方法与应用研究[D]. 沈阳: 沈阳航空工业学院, 2009.

[11] 陆文星. 信息缺失下的群决策方法与应用研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2015.

[12] 尤欣赏. 基于模糊偏好关系的公众参与下公共项目多准则群决策[D]. 天津: 天津大学, 2017.

[13] HERRERA-VIEDMA E, HERRERA F, CHICLANA F. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2002, 32(3): 394-402.

[14] 程发新, 程栋, 赵艳萍, 等. 基于共识决策的低碳供应商选择方法研究[J]. *运筹与管理*, 2012, 21(6): 68-73.

[15] CHICLANA F, MATA F, MARTÍNEZ L, et al. Integration of a consistency control module within a consensus decision making model[J]. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 2008, 16: 35-53.

[16] PEREZ I J, CABRERIZO F J, HERRERA-VIEDMA E. A mobile decision support system for dynamic group

decision-making problems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 2010, 40(6): 1244-1256.

[17] DONG Y CH, XU J P. Consensus building in group decision making: searching the consensus path with minimum adjustments[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2016.

[18] ZHANG B W, DONG Y CH, HERRERA-VIEDMA E. Group decision making with heterogeneous preference structures: an automatic mechanism to support consensus reaching[J]. *Group Decision and Negotiation*, 2019, 28(3): 585-617.

[19] ZHANG B W, DONG Y CH, XU Y F. Multiple attribute consensus rules with minimum adjustments to support consensus reaching[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2014, 67: 35-48.

[20] 雷莉, 黄川蓉. 群体多元认知下的抗疫引导机制研究——基于成都疾控中心测评的问卷调查分析[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(2): 18-23.

[21] 马静音, 曹银忠. 二次元文化社区: 高校思想政治教育的空间转向——以“B站”为例[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(1): 107-122.

[22] 周涛. 计算社会经济学——一门正在形成的交叉研究方向[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(1): 1-4.

[23] 任金胜, 周益民, 杨苏松. 高校学科建设动态监测体系研究: 框架、指标与实践[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(6): 99-106.

[24] HOCHBAUM D S, LEVIN A. Methodologies and algorithms for group-rankings decision[J]. *Management Sciences*, 2006, 52(9): 1394-1408.

编辑 朱娜