

# 基于马尔科夫机制转换 CAPM 的 VaR 模型研究<sup>\*\*\*\*\*</sup>

□詹原瑞 刘家鹏 苏 涛 [天津大学 天津 300072]

**[摘 要]** 本文利用机制转换的 CAPM 模型来计算中国证券市场的 VaR, 首先回顾了机制转换模型, 接下来介绍了基于马尔科夫机制转换 CAPM 的 VaR 模型(MSW-VAR), 最后选择深圳证券交易所的十支股票进行 VaR 计算, 通过准确性检验显示效果良好。MSW-VAR 模型能够满足系数时变和市场指数及组合的方差也是时变的特性, 模型中的混合正态分布, 可以拟合证券市场分布的偏峰厚尾特征。

**[关键词]** 马尔科夫链; 机制转换模型; 证券市场; VaR

**[中图分类号]**F830 **[文献标识码]**A **[文章编号]**1008-8105(2008)03-0019-04

## 引 言

均值-方差模型<sup>[1]</sup>和 VaR 在现代投资组合和风险管理的研究及应用实践上都占据了主要的地位, 不仅在于其既有理论基础又被实践检验有效, 而且在于其易于分析、理解和实现。例如在没有卖空限制条件下, 均值-方差有效前沿可以解析求得, 这给投资组合风险分散化、收益-风险权益的分析和直观理解提供了极大的便利, 这是其他模型一般做不到的, 在研发投资组合和风险管理工具时, 不仅要注重理论的完美, 更要注重实践方面的可操作性, 以均值-方差模型和 VaR 为基础进行风险度量和研究仍然是一个继续受重视的发展方向。

传统资本资产定价(CAPM)模型假定收益率为正态分布, 同时认为反映市场风险的系数是不变的, 这与现实存在较大出入, 实际上资产收益率的结构存在动态不断转换特性, 从这个角度来说, 需要对传统 CAPM 模型加以改进。苏涛从动态的角度提出了基于状态转换下的资本资产定价模型<sup>[2]</sup>, 其结果显示基于马尔科夫转换下的 CAPM 更能够反映中国股市现实情况。

经济学家们在对经济现象建模时早就意识到在整个时间段内参数并不为常数, 而是存在结构变化情况, 需要将样本分成若干个具有不同参数的子样本, 回归方程会从一个子样本向另一个子样本转换, 常系数模型的不稳定可以认为是由于数据来自不同的产生过程所造成。1957 年 Goldfeld 和 Quandt<sup>[3]</sup>在传统回归方程中引入状态相依的马尔科夫过程以来, 1960 年 Chow 提出了如何检验变结构问题<sup>[4]</sup>, 但是此种情况只适用于事先能够划分子样本情况, 然而在许多情况下研究者对参数数据何时发生转换的信息了解得很少或者根本就不知道, 因此, 需要对变结构进行推断和显著性检验。

Hamilton 首先把动态马尔科夫转换模型作为处理变结构工具, 并用于美国经济周期的分析<sup>[5,6]</sup>, 此后国内外许多研究者对经济、金融时间序列服从偶尔、不连续转换模型进行了众多研究, 即允许序列变量非线性、动态和突然发生变化。例如 Lucas 的资产定价模型指出经济会在高、低不同的发展阶段之间转换<sup>[7]</sup>。Cecchetti, Lam, 和 Mark 指出, 当考虑股票在不同增长状态变换下, 用结构转变机制能够解释股票市场收益率的许多特性, 如尖峰厚尾、均值恢复等特性<sup>[8]</sup>。Kim 和 Kon 建议在收益率产生过程中需要考

\* [收稿日期] 2007-09-27

\*\* [基金项目] 国家自然科学基金资助项目(70573076)

\*\*\* [作者简介] 詹原瑞(1944—)女, 天津大学管理学院教授, 博士生导师; 刘家鹏(1969—)男, 天津大学管理学院博士研究生。

虑一系列结构转变,他们证实了结构转变的重要性和股票收益分布的时变依赖性<sup>[9,10]</sup>。

本文把马尔科夫机制转换用于 VaR 的计算(即 MSW-VaR 模型),这一模型的推广也适用于因子转换模型(APT)。

## 一、基于马尔科夫转换下的 VaR 模型

基于马尔可夫机制转换 CAPM 的 VaR 模型(MSW-VAR)方程如下:

$$\begin{cases} r_{Mt} = \mu_M(S_t) + \sigma_M(S_t)\epsilon_t \\ r_{it} = \mu_i(S_t) + \beta_i(S_t, S_u)r_{Mt} + \sigma_i(S_t)\epsilon_{it} \\ \epsilon_t \sim (0,1), \epsilon_{it} \sim (0,1) \\ \Pr(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij}^M \\ \Pr(S_{t+1} = j | S_{t,t+1} = i) = p_{ij}^i \\ \text{对于 } \sum_{j=1}^N p_{ij}^{M(i)} = 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

其中,状态变量  $S_t, S_u = 1$  或  $2$ , 状态之间的转移服从一阶马尔科夫过程,状态之间的转移概率为  $p_{ij}^M, p_{ij}^i$ , 分别表示指数  $M$ 、股票  $i$  的转移概率,其中第一个和第四个方程表示指数基于马尔科夫转换过程,就马尔科夫转换过程下的随机行走模型而言,能够表现出偏度和峰度特性。第二和第五个方程式表示股票(股票组合)遵从马尔科夫转换过程下的 CAPM,由苏涛可知<sup>[2]</sup>,基于马尔科夫转换下的 CAPM 更能够反映中国证券市场的实际情况。 $\epsilon_t$  和  $\epsilon_{it}$  为分别两个独立同分布。在此条件下,上式中风险资产的条件均值为  $\mu_i(S_u)$ ,因子载荷为  $\beta_i(S_t, S_u)$ ,随状态的变化而变化即:

$$\sigma_i^2(S_t, S_u) = \beta_i^2(S_t, S_u)\sigma_M^2(S_t) + \sigma_i^2(S_u) \quad (2)$$

上式中总风险随指数波动状态、股票波动状态以及  $\beta$  系数变化而变化。GARCH- $\beta$  模型比起常系数  $\beta$  和波动固定的 CAPM 来说,前进了一步,前者能够描述资产的波动是变性,后者是前者的一个特例。在这里所有的波动(指数、资产)以及  $\beta$  系数均呈现时变特征,本模型具有更宽的适用环境条件,并将风险资产(或风险资产组合)的风险分解准确地地区分为系统风险和特质风险两个因素之和。上式中第一项为由指数引起的系统风险,第二项为非系统风险,也即特质风险,总风险、系统风险、特质风险组成了直角三角形。运用上述公式计算 VaR 需要将各个状态下的系统方差和非系统方差求和,对于  $M=2$  的情况下有

$$a = \sum_{s_{t+h}=1,2} \sum_{s_{t,t+h}=1,2} \Pr(s_{t+h}, s_{t,t+h} | I_t) \times \int_{-\infty}^{\text{VaR}} N(x, \mu(s_{t+h}, s_{t,t+h}), \sigma^2(s_{t+h}, s_{t,t+h}) | I_t) dx \quad (3)$$

其中  $N()$  是如下参数的正态分布。均值为:

$$\mu(s_{t+h}, s_{t,t+h}) = \mu_i(s_{t,t+h}) + \beta_i(s_{t+h}, s_{t,t+h})\mu_M(s_{t+h}) \quad (4)$$

方差为:

$$\sigma^2(s_{t+h}, s_{t,t+h}) = \beta_i^2(s_{t+h}, s_{t,t+h})\sigma_M^2(s_{t+h}) + \sigma_i^2(s_{t,t+h}) \quad (5)$$

其中  $I_t$  为  $t$  时刻的信息集,  $\Pr(s_{t+h}, s_{t,t+h} | I_t)$  为 Hamilton 过滤概率。根据数值方法可以求解上式基于马尔科夫转换下混合分布的 VaR。

## 二、VaR 模型的准确性检验

VaR 模型准确性的最直接检验方法就是考察实际损失超过 VaR 的概率。把实际损失超过 VaR 的估计记为失败,把实际损失低于 VaR 的估计记为成功。如果假定 VaR 估计具有时间独立性,则失败观察的二项式结果代表了一系列独立的贝努里试验,失败的期望概率为  $p^*$  ( $= 1 - c$ ), 其中  $c$  为置信度。例如,如果置信度水平是 95%, 则每次试验的失败概率应为 5%。因此,检验模型的准确性相当于检验失败等于特定概率的零假设。Kupiec 的检验方法就是基于此思想,它给出了两种检验方法:失败频率检验法和第一次失败时间检验法。本文采用失败频率检验法,即假定计算 VaR 置信度为  $c$ , 实际考察天数为  $T$ , 失败天数  $N$ , 则失败频率为  $p (= N/T)$ 。零假设为:  $p = p^*$ 。这样 VaR 模型的准确性评估就转化为检验失败频率  $p$  是否显著不同于  $p^*$ 。

由二项次过程可得在  $T$  个样本中发生  $N$  次失败的概率为:

$$(1 - p)^{T-N} p^N$$

Kupiec 提出了对零假设  $p = p^*$  最合适的似然比率检验:

$$LR = -2 \ln[(1 - p^*)^{T-N} p^{*N}] + 2 \ln[(1 - N/T)^{T-N} (N/T)^N] \quad (6)$$

在零假设下,统计量  $LR$  服从自由度为 1 的  $\chi^2$  分布。

## 三、实证分析

本文以深证的股票为例,进行实证分析。通过国

信证券得到深证指数前十支股票 1996 年 01 月 02 日 ~ 2006 年 12 月 29 日共计 2656 个交易日的价格数据  $p_t$ , 并以周为单位转化为连续复合收益  $r_t = 100 \cdot \ln(p_t/p_{t-5})$ 。首先运用 MSW-VaR 模型(1)求解模型各个参数,然后将得到的参数带入式(3)至式(5)中,度量不同  $\alpha$  下资产组合的 VaR, 计算结果见表 1、图 1、图 2、图 3。

表 1 深证股票不同置信度下 VaR 的  
失败率与  $p$  值比较

| 股票<br>代码 | 95%   |          | 97.5% |        | 99%   |        |
|----------|-------|----------|-------|--------|-------|--------|
|          | 失败率   | $p$ 值    | 失败率   | $p$ 值  | 失败率   | $p$ 值  |
| 000001   | 3.41  | 0.0659   | 1.434 | 0.0788 | 1.075 | 0.8633 |
| 000002   | 3.78  | 0.1675   | 2.883 | 0.5774 | 1.802 | 0.0888 |
| 000004   | 4.472 | 0.5539   | 2.147 | 0.5791 | 0.716 | 0.4739 |
| 000005   | 4.293 | 0.4271   | 2.326 | 0.7842 | 0.894 | 0.7952 |
| 000006   | 3.804 | 0.1762   | 1.630 | 0.1608 | 1.087 | 0.8429 |
| 000007   | 2.683 | 0.0058 * | 2.147 | 0.5791 | 0.894 | 0.7952 |
| 000008   | 4.152 | 0.341    | 2.708 | 0.7627 | 1.083 | 0.8497 |
| 000009   | 3.797 | 0.1732   | 2.17  | 0.6065 | 0.904 | 0.8146 |
| 000010   | 4.624 | 0.6836   | 1.734 | 0.2347 | 0.963 | 0.9293 |
| 000011   | 4.228 | 0.3913   | 2.206 | 0.6492 | 0.919 | 0.8443 |

由表 1 可以看出,除股票 000007 在 95% 的置信水平上没有通过准确性检验外,其他情况全部通过,准确性检验通过率为 96.7%。

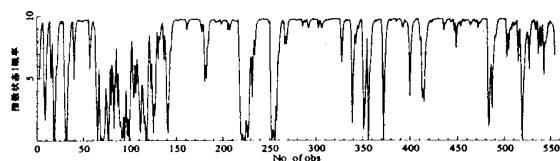


图 1 指数状态 1 过滤概率

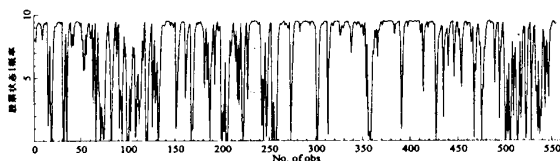


图 2 股票 000001 状态 1 过滤概率

图 1、图 2 表明中国股市确实存在机制转换现象,即股市不停地在两种模式下切换。而且比较两图可以看出,个股的状态切换比指数频繁得多,这也符合指数相对稳定的经济常识。

#### 四、结论

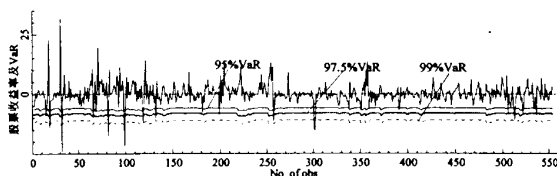


图 3 股票 000001 在 95%、97.5%、99% 置信度下的 VaR

实证表明,MSW-VAR 模型在度量金融市场 VaR 方面比较准确,尤其在高置信度下具有高的估计效果。这是因为 MSW-VAR 模型不仅考虑了资产组合的 ARCH 特性,而且也考虑了  $\beta$  系数的时变性和作为市场所有资产组合的指数 ARCH 特性。MSW-VaR 模型同时考虑了度量组合 VaR 三个方面的问题,定价、市场及组合的分布的偏峰厚尾特性、系数的时变性。这为 Delta-类模型在 CAPM 中的运用和度量市场风险提供了较为准确的工具。

#### 参考文献

- [1] MARKOWITS M H. Portfolio selection [J]. Journal of Finance, 1954(7): 77 - 91.
- [2] 苏涛,詹原瑞,刘家鹏. 基于马尔科夫状态转换下的 CAPM 实证研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27 (6): 21 - 26.
- [3] GOLDFELD S M, Quandt R E. A Markov Model for Switching Regression[J]. Journal of Econometrics, 1973, (1): 13 - 16.
- [4] CHOW G. Tests of the Equality between Two Sets of coefficients in Two Linear Regression[J]. Econometrica, 1960(28): 561 - 605.
- [5] HAMILTON J D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle[J]. Econometrica, 1989(57): 357 - 384.
- [6] HAMILTON J D. Analysis of time series subject to changes in regime[J]. Journal of Econometrics, 1990(35): 39 - 70.
- [7] LUCAS R E. Asset Price in an Exchange Economy[J]. Econometrica, 1978(46): 1426 - 1466.
- [8] CECCHETTI S G, IAM P S, MARK N C. Mean reversion in equilibrium asset price[J]. American Economic Review, 1990 (80): 398 - 418.
- [9] KIM D, KON S J. Structural change and time dependence in models of stock returns[J]. Journal of Empirical Finance, 1999 (6): 283 - 308.
- [10] KIM D, KON S J. Sequential parameter nonstationarity in stock market returns[J]. Review of Quantitative Finance and Accounting, 1996(6): 103 - 131.

### Value-at-Risk Model Based on Switching Regime CAPM

ZHAN Yuan - rui   LIU Jia - peng   SU Tao  
(Tianjin University   Tianjin   300072   China)

**Abstract** This paper analyses the application of a switching volatility model to forecast the distribution of returns and estimate the Value-at-Risk (VaR). We calculate the VaR value for 10 SSE stocks. The VaR values calculated using the switching regime beta model are preferred to other methods. The proportion of failure tests confirms this result.

**Key Words** Markov chain; regime switch; stock market; VaR

(编辑 戴鲜宁)

---

(上接第 18 页)

### Research on the Economic Benefit of Modularized Industrial Organization Based on the Organizational Ecosystem Thought

TIAN Min  
(Xi Hua University   Chengdu   610039   China)

**Abstract** The technique progress brings the exaltation of the organization production efficiency by all means. The professional division of labour is further specified, and the producing mode of industrial organization turns to be the form of modularization gradually. This paper first analyzes the output mode and economic benefit of modularized industrial organization based on the organizational ecosystem thought, and then discusses the formation of modularized industrial organization.

**Key Words** organizational ecosystem; modularized industrial organization; output mode; economic benefit  
(编辑 戴鲜宁)

作者：[詹原瑞](#)，[刘家鹏](#)，[苏涛](#)，[ZHAN Yuan-ru](#)，[LIU Jia-peng](#)，[SU Tao](#)  
作者单位：[天津大学, 天津, 300072](#)  
刊名：[电子科技大学学报（社会科学版）](#)  
英文刊名：[JOURNAL OF UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA \(SOCIAL SCIENCES EDITION\)](#)  
年，卷(期)：[2008, 10 \(3\)](#)  
被引用次数：[1次](#)

## 参考文献(10条)

1. MARKOWTIS M H [Portfolio selection](#) 1954(07)
2. 苏涛;詹原瑞;刘家鹏 [基于马尔科夫状态转换下的CAPM实证研究](#)[期刊论文]-[系统工程理论与实践](#) 2007(06)
3. GOLDFELD S M;Quandt R E [A Markov Model for Switching Regression](#)[外文期刊] 1973(01)
4. CHOW G [Tests of the Equality between Two Sets of coefficients in Two Linear Regression](#) 1960(28)
5. IIMILTON J D [A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle](#) 1989(57)
6. IIMILTON J D [Analysis of time series snb Ject to changes in regime](#) 1990(35)
7. LUCAS R E [Asset Price in an Exchange Economy](#) 1978(46)
8. CECCTtETFI S G,I;AM P S;MARK N C [Mean reversion in equilibrium asset price](#) 1990(80)
9. KIM D;KON S J [Structural change and time dependence in models of stock returns](#) 1999(06)
10. KIM D;KON S J [Sequential parameter nonstationarity in stock market returns](#) 1996(06)

## 本文读者也读过(10条)

1. [于长秋](#). [YU Chang-qiu](#) [C-CAPM与M-CAPM模型对比分析:货币在股票价格波动中的作用](#)[期刊论文]-[辽东学院学报（社会科学版）](#) 2005, 7(1)
2. [周晓宏](#). [程希骏](#) [分段CML和CAPM模型分析研究](#)[期刊论文]-[价值工程](#)2001(3)
3. [樊耀峰](#). [李光辉](#) [D-CAPM的改进及其实证分析](#)[期刊论文]-[内蒙古农业大学学报（社会科学版）](#) 2007, 9(4)
4. [李凯](#). [潘德惠](#). [LI Kai](#). [PAN De-hui](#) [具有破产概率的马尔可夫股利贴现模型](#)[期刊论文]-[东北大学学报（自然科学版）](#) 2000, 21(6)
5. [李华中](#) [关于CAPM模型的一种代数求解方法](#)[期刊论文]-[预测](#)2001, 20(4)
6. [李坤](#) [用马尔可夫链预测上证综指走势](#)[期刊论文]-[全国商情·经济理论研究](#)2006(3)
7. [魏悦姿](#). [李元](#). [WEI Yue-zi](#). [LI Yuan](#) [上海股票市场基于CAPM的风险研究](#)[期刊论文]-[荆楚理工学院学报](#) 2009, 24(5)
8. [郝清民](#). [杨军](#). [HAO Qingmin](#). [YANG Jun](#) [深沪股市收益序列伪长记忆性分析](#)[期刊论文]-[管理学报](#)2010, 07(7)
9. [汪军](#). [林美艳](#). [WANG Jun](#). [LIN Meiyang](#) [CAPM模型在项目风险管理中的应用](#)[期刊论文]-[辽宁工程技术大学学报（社会科学版）](#) 2008, 10(1)
10. [孙叶萌](#). [王晨](#) [基于马尔科夫区制转移模型的风险价值度量——对我国股市波动区制的识别与预警](#)[期刊论文]-[经济纵横](#)2010(3)

## 引证文献(1条)

1. [汪金菊](#). [吴燕飞](#). [王杨](#) [基于HMM的VaR风险度量及其实证分析](#)[期刊论文]-[合肥工业大学学报（自然科学版）](#) 2013(5)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_dzkjdx-b-shkx200803005.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_dzkjdx-b-shkx200803005.aspx)